Universidad Nacional de Colombia - Lógica Matemática
Tarea 10

En los ejercicios 1-14, escriba las deducciones. *Cada paso* de la deducción debe ser justificado.

1. $\{\forall x(R(x) \vee P(x)), \neg P(c)\} \vdash R(c)$
2. $\{\neg \exists x R(x)\} \vdash \forall x \neg R(x)$
3. $\{\forall x(R(x) \to (S(x) \vee Q(x))), \neg S(c)\} \vdash \neg R(c) \vee Q(c)$
4. $\{S(c), \forall x(\neg(S(x) \wedge \neg R(x)))\} \vdash R(c)$
5. $\vdash \forall x \forall y \varphi \to \forall y \forall x \varphi$
6. $\vdash (\varphi \wedge \exists x \psi) \to \exists x(\varphi \wedge \psi)$, si x no ocurre libre en φ.
7. $\vdash \exists x(\varphi \wedge \psi) \to (\varphi \wedge \exists x \psi)$, si x no ocurre libre en φ.
8. $\vdash (\varphi \vee \exists x \psi) \to \exists x(\varphi \vee \psi)$
9. $\vdash \exists x(\varphi \vee \psi) \to (\varphi \vee \exists x \psi)$, si x no ocurre libre en φ.
10. $\vdash (\varphi \wedge \forall x \psi) \to \forall x(\varphi \wedge \psi)$, si x no ocurre libre en φ.
11. $\vdash \forall x(\varphi \wedge \psi) \to (\varphi \wedge \forall x \psi)$
12. $\vdash \forall x(\varphi \to \psi) \leftrightarrow (\exists x \varphi \to \psi)$, si x no ocurre libre en ψ.
13. ($\star$) $\vdash (\exists y \varphi \to \exists x \psi) \to \exists x \forall y(\varphi \to \psi)$, si x no ocurre libre en φ y y no ocurre libre en ψ.
14. ($\star$) $\vdash \forall x \exists y \forall z(R(x,y) \vee \neg R(x,z))$
15. $\{R(c), \neg \exists x(S(x) \wedge \neg R(x))\} \nvdash S(c)$
16. $\{\forall x(R(x) \to (S(x) \vee Q(x))), \neg R(c)\} \nvdash \neg S(c) \wedge \neg Q(c)$
17. Demuestre que una L-teoría T tiene modelos ssi $T \nvdash \varphi \wedge \neg \varphi$, para toda L-sentencia φ.
18. Demuestre que $T \cup \{\varphi\} \vdash \psi$ ssi $T \vdash \varphi \to \psi$ (Teorema de la Deducción).

19. ($\star$) Sean T y T' un par de L-teorías que tienen los mismos L-modelos. Demuestre que T y T' deducen los mismos teoremas.

20. Sean T y T' un par de teorías. Demuestre que $T \cup T'$ no tiene modelo ssi existen $\varphi_1, \ldots, \varphi_n \in T'$ tales que $T \vdash \neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_n$.